

محضر نظري و تمارين

من التطورات الرتبة ٥

دراسة ظواهر كهربائية



الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

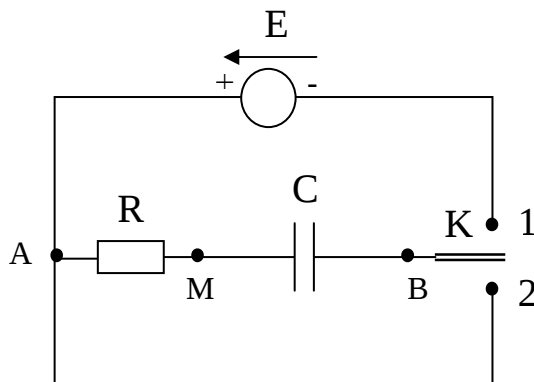
www.sites.google.com/site/faresfergani

السنة الدراسية : 2015/2014

المحتوى المفاهيمي : 04

سلسلة تمارين-1 (مستوى 02)

التمرين (1) :



نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 12 \text{ V}$ ، مكثفة سعتها $C = 1 \mu\text{F}$ ، ناقل أومي مقاومته $R = 5 \cdot 10^3 \Omega$. (الشكل) .
• نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .
1- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة و كذا جهة حاملات الشحن (الإلكترونات) ، ثم مثل بالأسهم التوترين u_R ، u_C .
2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر $u_C = f(t)$ بين طرفي المكثفة .

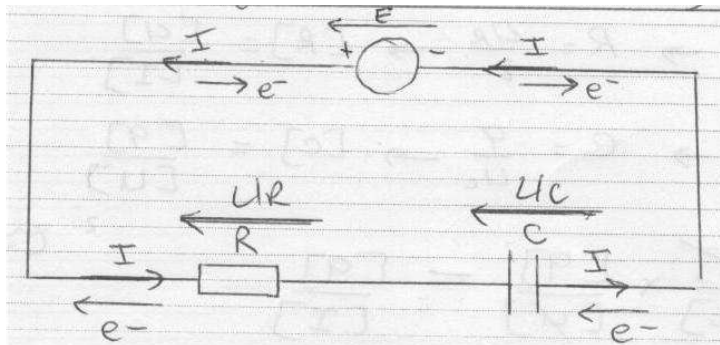
3- حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $u_C = A(1 - e^{-\frac{t}{B}})$ حيث A و B ثابتين يطلب التعبير عنهما .

4- قارن بين قيمة التوتر u_C في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

5- أثبت أن مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يقطع المستقيم $u_C = E$ عند اللحظة $t = \tau$.

الأجوبة :

1- جهة التيار و حاملات الشحن و تمثيل u_R ، u_C :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$: حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = R i + u_C$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

و منه يصبح :

$$E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

3- عبارتي A و B :

- $u_C = A (1 - e^{-t/B})$
- $\frac{du_C}{dt} = A (0 - (-\frac{1}{B} e^{-t/B})) = \frac{A}{B} e^{-t/B}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{B} e^{-t/B} + \frac{A}{RC} (1 - e^{-t/B}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{A}{B} e^{-t/B} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC} e^{-t/B} = \frac{E}{RC} \rightarrow (\frac{A}{B} - \frac{A}{RC}) e^{-t/B} + \frac{A}{RC} = \frac{E}{RC}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $\frac{A}{B} - \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{RC} \rightarrow B = RC$

- $\frac{A}{RC} = \frac{E}{RC} \rightarrow A = E$

4- المقارنة بين u_C عند اللحظة $t = 5\tau$ و E : لدينا :

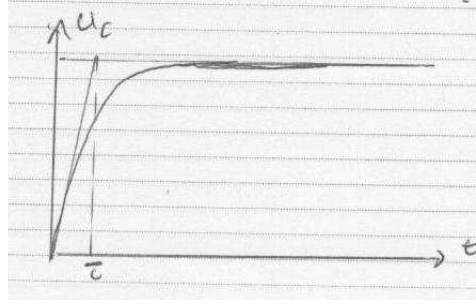
$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$$

بتعويض $t = 5\tau$ نجد :

$$u_{C(t=5\tau)} = E (1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}) = E \underbrace{(1 - e^{-5})}_{0.99} \rightarrow u_{C(t=5\tau)} = E$$

نستنتج أن عملية الشحن ، تنتهي عند اللحظة $t = 5\tau$.

6- إثبات أن مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة t يقطع المستقيم $u_C = E$ عند اللحظة $t = \tau$:



- نكتب معادلة المماس عند اللحظة $t = 0$ ، و الذي يمر من المبدأ ، لذا معادلته تكون من الشكل :

$$u_C = a t$$

حيث a هو ميل المماس .

$$a = \left(\frac{du_C}{dt} \right)_{t=0}$$

لدينا :

$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow \frac{du_C}{dt} = E (0 - (-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau})) \rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$$

و منه :

$$a = \left(\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}$$

و منه تصبح معادلة المماس كما يلي :

$$u_C = \frac{E}{\tau} t$$

عند تقاطع مماس المنحنى $u_C(t)$ مع المستقيم $u_C = E$ يكون :

$$E = \frac{E}{\tau} t \rightarrow E \cdot \tau = E \cdot t \rightarrow t = \tau$$

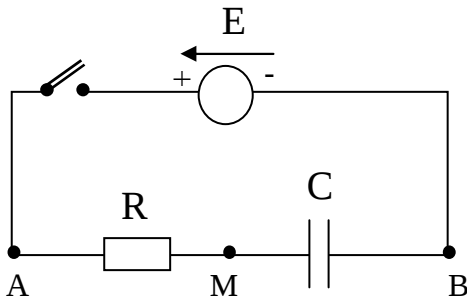
التمرين (2) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل المقابل و التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 12 \text{ V}$ ، مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 1 \mu\text{F}$ ، ناقل أومي مقاومته $R = 5 \cdot 10^3 \Omega$. (الشكل) .
• نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .

1- بين في مخطط كيف يجب وصل الدارة براسم الإهتزاز المهبطي حتى نحصل على البيان $u_C(t)$ الموافق لتغيرات التوتر بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .

2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

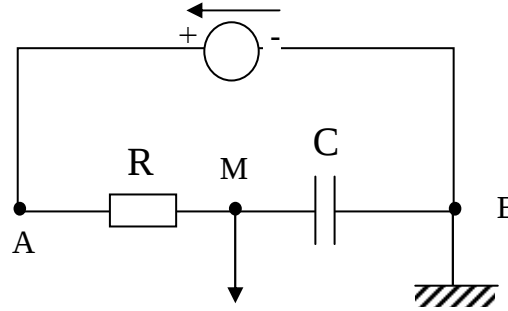
3- حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $q = Ae^{-\alpha t} + B$ ، حيث A ، α ، B ثوابت يطلب التعبير عنها .



- 4- مثل بشكل كيفي المنحنى $u_C(t)$ ، علما أنه معادلته هي : $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$.
- 5- لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة سعتها $C' = 2 \mu F$ و أبقينا على نفس قيمة مقاومة الناقل الأومي مشاهدته على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي . مع التعليل .
- 6- نفس السؤال لو استبدلنا الناقل الأومي ذو المقاومة R بناقل أومي مقاومته $R'' = 10^3 \Omega$ مع الإبقاء على نفس سعة المكثفة $C = 1 \mu F$.

الاجوبة :

1- كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = R i + \frac{q}{C}$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R}$$

3- عبارة كل من : β ، α ، A :

$$\begin{aligned} \square q &= A e^{\alpha t} + B \\ \square \frac{dq}{dt} &= A \alpha e^{\alpha t} \end{aligned}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$A \alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC} (A e^{\alpha t} + B) = \frac{E}{R}$$

$$A \alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{RC} e^{\alpha t} + \frac{AB}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$(A \alpha + \frac{A}{RC}) e^{\alpha t} + \frac{AB}{RC} = \frac{E}{R}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ، و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$\square A \alpha + \frac{A}{RC} = 0 \rightarrow A \alpha = -\frac{A}{RC} \rightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$$

$$\frac{B}{RC} = \frac{E}{R} \rightarrow \frac{B}{C} = E \rightarrow B = EC$$

عند اللحظة $t = 0$ المكثفة ليست مشحونة ، أي :

$$t = 0 \rightarrow q = 0$$

بالتعويض في العبارة $q = A e^{\alpha t} + B$ نجد :

$$0 = A e^{\alpha(0)} + B \rightarrow A + B = 0 \rightarrow A = -B \rightarrow A = -EC$$

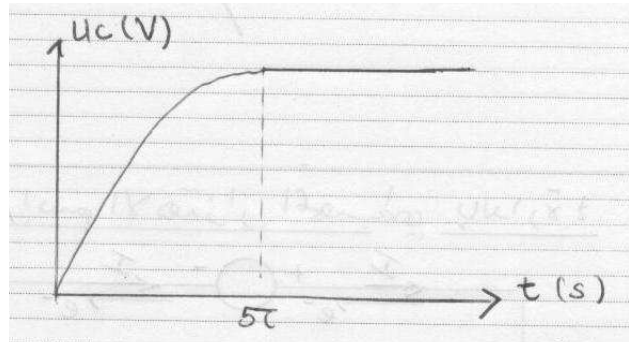
4- تمثيل المنحنى $u_C(t)$:

عند شحن المكثفة لدينا :

$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$$

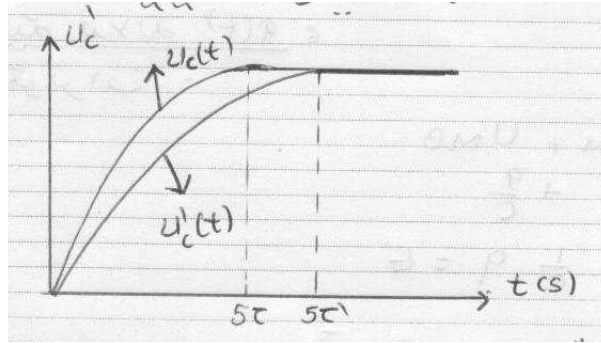
$$t = 0 \rightarrow u_C = 0$$

$$t = \infty \rightarrow u_C = E$$



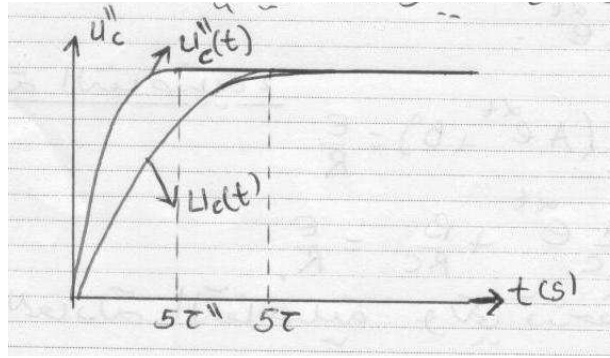
5- المنحنى $u_C'(t)$:

بازدياد سعة المكثفة C مع ثبات مقاومة الناقل الأومي R ، تزداد قيمة ثابت الزمن τ ، و بالتالي يزداد زمن اتمام الشحن 5τ ، و عليه المنحنى $u_C'(t)$ يكون كما يلي :



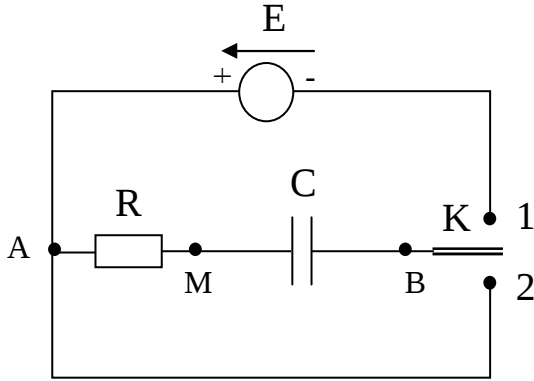
6- المنحنى $u_C''(t)$:

بنقصان مقاومة الناقل الأومي R مع ثبات سعة المكثفة C ، تنقص قيمة ثابت الزمن τ و بالتالي ينقص زمن اتمام الشحن 5τ و عليه المنحنى $u_C''(t)$ يكون كما يلي :



التمرين (3) :

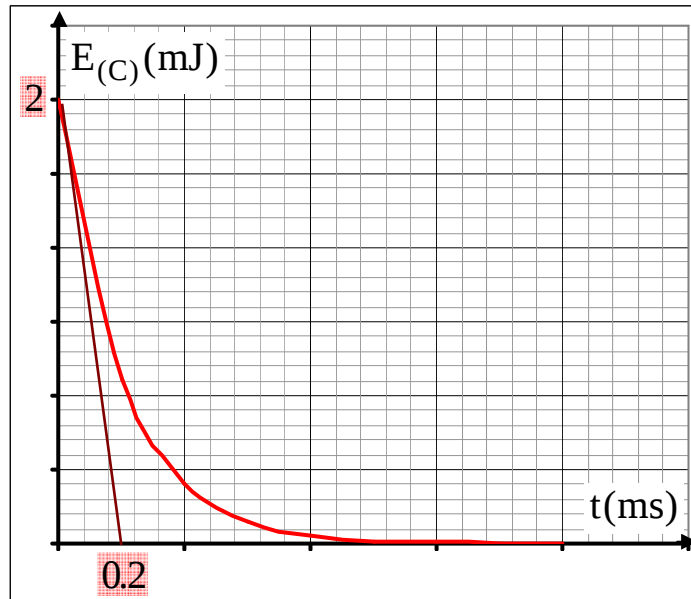
نعتبر الدارة الكهربائية التي تتألف من مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 10 \text{ V}$ ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R . (الشكل-1) .



- 1- نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية الشحن .
أكتب العبارة اللحظية للطاقة $E_{(C)}$ المخزنة في المكثفة بدلالة طاقتها
الأعظمية $E_{(C)0}$ و ثابت الزمن τ ، و بشكل كيفي أرسم المنحنى
 $E_{(C)}(t)$ الممثل للتغيرات الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .
- 2 نضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0$ فتبدأ عملية التفريغ .
أ- أكتب العبارة اللحظية للطاقة $E_{(C)}$ المخزنة في المكثفة بدلالة طاقتها
الأعظمية $E_{(C)0}$ و ثابت الزمن τ
ب- أثبت أن مماس المنحنى $E_{(C)}(t)$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة

$$t = \frac{\tau}{2}$$

- ج- أوجد اللحظة $t_{1/2}$ التي تصبح فيها طاقة المكثفة مساوية لنصف قيمتها الأعظمية .
- 3- الدراسة التجريبية لطاقة المكثفة أثناء التفريغ أعطت البيان التالي :



- استنتج من البيان : سعة المكثفة C و مقاومة الناقل الأومي R .
- 4- عبر بدلالة الزمن عن الطاقة $E'_{(C)}$ التي تقدمها المكثفة للدائرة أثناء تفريغها .

الأجوبة :

1- العبارة اللحظية لطاقة المكثفة $E_{(C)}$ التي تخزنها :
لدينا :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

و عند الشحن لدينا :

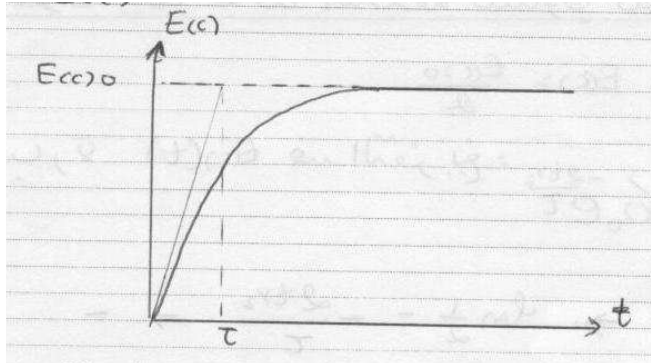
$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$$

و منه يصبح :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/\tau})^2 \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0} (1 - e^{-t/\tau})^2$$

حيث : $E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2$ هي طاقة المكثفة الأعظمية .
بيانيا :

- $t = 0 \rightarrow E_{(C)} = 0$
- $t = \infty \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0}$



2- أ- العبارة اللحظية لطاقة المكثفة $E_{(C)}$ التي تخزنها في لحظة t أثناء التفريغ :
لدينا :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

و عند التفريغ لدينا :

$$u_C = E e^{-t/\tau}$$

و منه يصبح :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (e^{-t/\tau})^2$$

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 e^{-2t/\tau} \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau}$$

حيث : $E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2$ هي طاقة المكثفة الأعظمية .

ب- إثبات أن مماس المنحنى $E_{(C)} = f(t)$ عند $t = 0$ يقطع محور الأزمنة عند اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.
 - نكتب معادلة المماس عند اللحظة $t = 0$ ، الذي هو عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$E_{(C)} = a t + b$$

حيث a هو ميل هذا المستقيم ، b هي قيمة $E_{(C)}$ عند اللحظة $t = 0$.

$$b = (E_{(C)})_{t=0} = (E_{(C)0} e^{-2t/\tau})_{t=0} = E_{(C)0}$$

$$a = \left(\frac{dE_{(C)}}{dt} \right)_{t=0}$$

لدينا :

$$E_{(C)} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau} \rightarrow \frac{dE_{(C)}}{dt} = -\frac{2E_{(C)0}}{\tau} e^{-2t/\tau}$$

و منه :

$$a = \left(-\frac{2E_{(C)0}}{\tau} e^{-2t/\tau} \right)_{t=0} = -\frac{2E_{(C)0}}{\tau}$$

بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$E_{(C)} = -\frac{2E_{(C)0}}{\tau} t + E_{(C)0}$$

عند تقاطع المماس مع محور الأزمنة يكون $E_{(C)} = 0$ و منه :

$$0 = -\frac{2E_{(C)0}}{\tau} t + E_{(C)0}$$

$$\frac{2E_{(C)0}}{\tau} t = E_{(C)0} \rightarrow 2E_{(C)0} \cdot t = \tau E_{(C)0} \rightarrow 2t = \tau \rightarrow t = \frac{\tau}{2}$$

ج- اللحظة $t_{1/2}$ التي تكون فيها طاقة المكثفة مساوية لنصف طاقتها الأعظمية :
 لدينا حسب تعريف $t_{1/2}$ المذكور :

$$t = t_{1/2} \rightarrow E_{(C)} = \frac{E_{(C)0}}{2}$$

بالتعويض في عبارة طاقة المكثفة عند التفريغ $E_{(C)} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau}$ نجد :

$$\frac{E_{(C)0}}{2} = E_{(C)0} e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \rightarrow \ln \frac{1}{2} = -\frac{2t_{1/2}}{\tau}$$

$$-\ln 2 = -\frac{2t_{1/2}}{\tau} \rightarrow t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

3- سعة المكثفة C :

- من البيان :

$$E_{(C)0} = 2 \text{ mJ} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

و لدينا :

$$E_{(C)0} = \frac{1}{2} C E^2 \rightarrow C = \frac{2 E_{(C)0}}{E^2}$$

$$C = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{10^2} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 40 \mu\text{F}$$

● مقاومة الناقل الأومي R :

- من البيان :

$$\frac{\tau}{2} = 0.2 \text{ ms} \rightarrow \tau = 2 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

و لدينا :

$$\tau = RC \rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

$$R = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-5}} = 10 \Omega$$

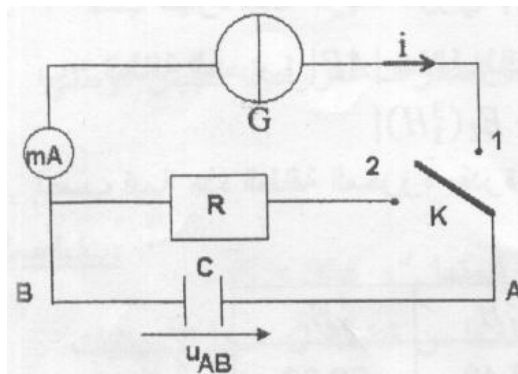
4- العبارة اللحظية للطاقة $E_{(C)'}'$ التي تقدمها المكثفة للدارة أثناء التفريغ :- عند اللحظة $t = 0$ (بداية التفريغ) ، تخزن المكثفة طاقة قدرها $E_{(C)0}$ (الطاقة الأعظمية) .- عند لحظة t من التفريغ ، تصبح تخزن طاقة قدرها : $E_{(C)} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau}$.و عليه فالطاقة $E_{(C)'}'$ التي تقدمها المكثفة للدارة في لحظة t من التفريغ يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{(C)'}' = E_{(C)0} - E_{(C)}$$

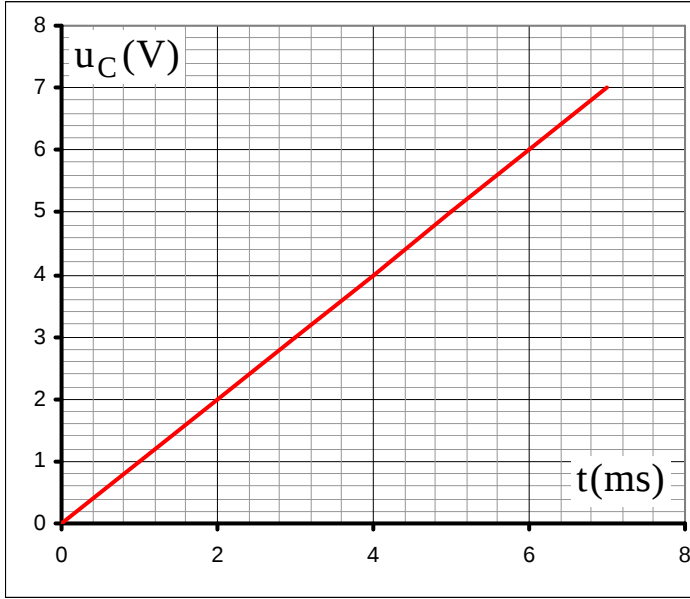
$$E_{(C)'}' = E_{(C)0} - E_{(C)0} e^{-2t/\tau} \rightarrow E_{(C)'}' = E_{(C)0}(1 - e^{-2t/\tau})$$

التمرين (4) :

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتألف من مولد للتيار الثابت ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته $R = 10 \Omega$.



نريد تعيين سعة المكثفة C ، لذلك نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة k في الوضع (1) لتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تياراً ثابتاً شدته $I = 2 \text{ mA}$. بواسطة جهاز $ExAO$ تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني التالي الذي يمثل تطور التوتر u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t .



- 1- أكتب عبارة التوتر u_C بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t .
- 2- استنتج من البيان سعة المكثفة C .

الأجوبة :

1- أ- عبارة التوتر u_C بدلالة i ، C ، t :
لدينا :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

و بما أن شدة التيار المار في الدارة ثابت يمكن كتابة :

$$I = \frac{q}{t} \rightarrow q = I t \dots\dots\dots (1)$$

و منه يصبح :

$$u_C = \frac{I}{C} t$$

2- قيمة C :

بيانيا :

$$u_C = a t \dots\dots\dots (2)$$

بمطابقة العلاقة البيانية (2) مع العلاقة النظرية (1) السابقة نجد :

$$\frac{I}{C} = a \rightarrow C = \frac{I}{a}$$

من البيان :

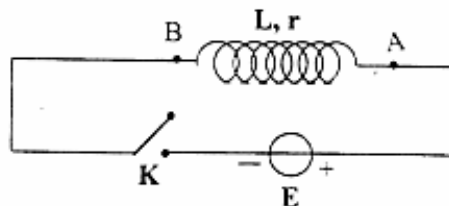
$$a = \frac{6}{6 \cdot 10^{-3}} = 10^3$$

إذن :

$$C = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

التمرين (5) :

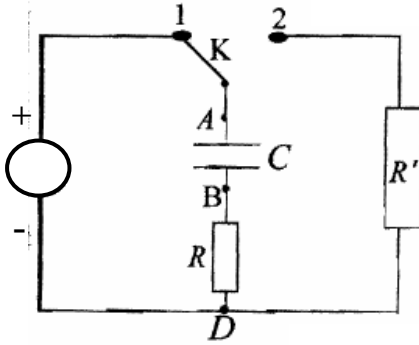
بغرض معرفة سلوك و مميزات وشيعة مقاومتها (r) و ذاتيتها (L) نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4.5V$ و قاطعة K (الشكل-1) .



- 1- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة (K) ، تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعلاقة : $i(t) = 0.45 (1 - e^{-10t})$ حيث (t) بالثانية و (i) بالأمبير . أحسب المقادير التالية :
- المقاومة (r) للوشية .
 - الذاتية (L) للوشية .
- 4-أ/ ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشية في حالة النظام الدائم ؟
 ب/ بين أن التوتر الكهربائي بين طرفي الوشية لا يتعلق بالزمن .

تمارين مقترحة

التمرين (6) : (بكالوريا 2009 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 05 على الموقع)



نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز

▪ مكثفة سعتها (C) غير مشحونة .

▪ ناقلين أوميين مقاومتهما ($R = R' = 470 \Omega$)

▪ مولد ذي توتر ثابت (E) .

▪ بادلة (k) ، أسلاك توصيل .

1/ نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة ($t = 0$) :

أ/ بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين u_R ، u_C .

ب/ عبر عن u_R و u_C بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

ج/ تقبل هذه المعادلة حلا من الشكل : $q(t) = A (1 - e^{-\alpha t})$. عبر عن A و α بدلالة E ، R ، C .

د/ إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) ، استنتج قيمة (E) .

هـ/ عندما تشحن المكثفة كلياً تخزن طاقة ($E_C = 5 \text{ mJ}$) . استنتج سعة المكثفة (C) .

2/ نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ/ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب/ قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة

(k) .

أجوبة مختصرة :

1- أ) جهة التيار و تمثيل التوترين u_R ، u_C بأسهم :

$$\text{ب) } \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R} , \quad u_R = R i = R \frac{dq}{dt} , \quad u_C = \frac{q}{C}$$

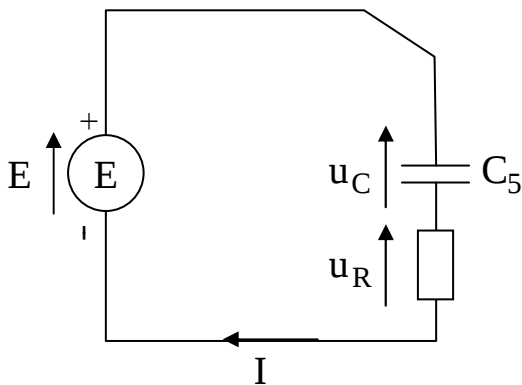
$$\text{ج) } A = EC , \quad \alpha = \frac{1}{RC}$$

$$\text{د) } E = 5V$$

$$\text{هـ) } C = \frac{2E_C}{E^2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 400 \mu\text{F}$$

2- أ) عند جعل البادلة في الوضع (2) تتفرغ المكثفة في الناقل الأومي .

$$\text{ب) } \tau_2 > \tau_1 \leftarrow \tau_2 = (R + R')C = 2RC = 2\tau_1 , \quad \tau_1 = RC$$

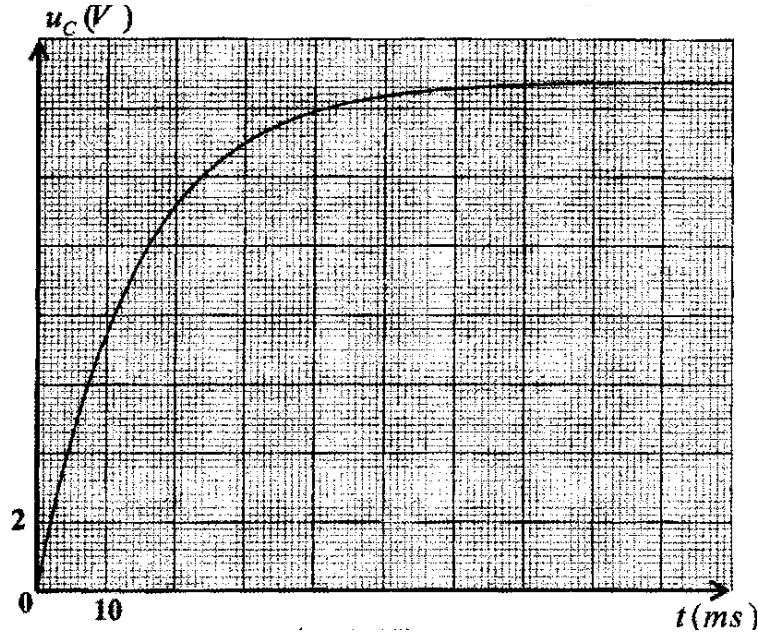
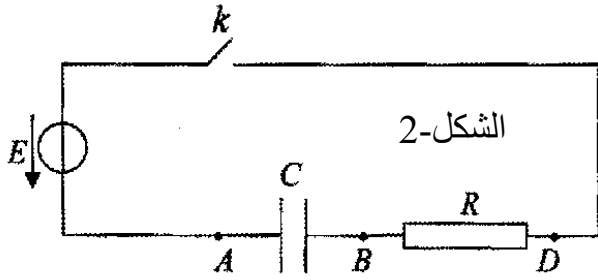


التمرين (7) : (بكالوريا 2010 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 08 على الموقع)

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- ناقل أومي مقاومته $R = 500 \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة .
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E .
- قاطعة k (الشكل-2) .

مكنك متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسى المكثفة برسم البيان (الشكل-3) .



1- عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .
اعتمادا على البيان :

- أ/ عين قيمة ثابت الزمن τ و قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم أحسب سعة المكثفة C .
ب/ حدد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة .
ج/ ما هي العلاقة بين t' و τ ؟

2/ بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة : $u_{AB} = u_C$ ، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل : $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$.

3/ أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_C في المكثفة عند اللحظات : $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$.

4/ توقع (رسم كيفي) شكل المنحنى $E_C = f(t)$.

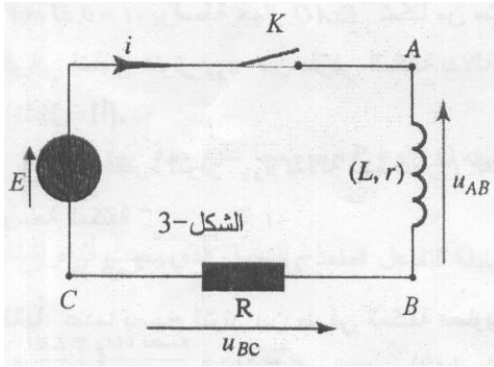
أجوبة مختصرة :

1- أ) $\tau \approx 14 \text{ ms}$ ، $E = 14.8 \text{ V}$ ، $C = \frac{\tau}{R} = 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 28 \mu\text{F}$ ، ب) $t' = 7 \cdot 10 = 70 \text{ ms}$.

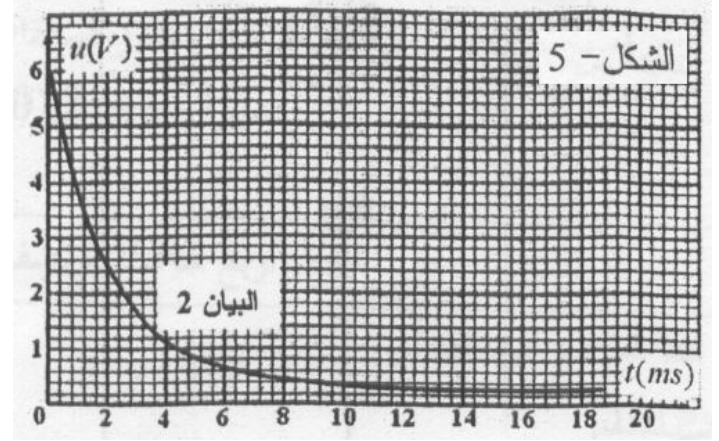
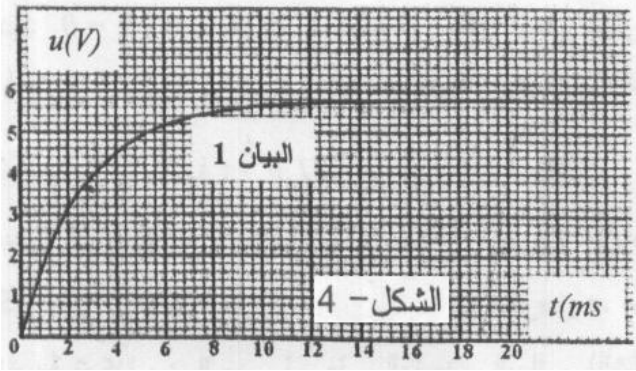
ج) $t' = 5\tau$ (2) $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$.

(3) $E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$: عند اللحظة $t = 0 \leftarrow E_{(C)} = 0$ ،

عند اللحظة $t = \tau \leftarrow E_{(C)} = 1.21 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ ، عند اللحظة $t = 5\tau \leftarrow E_{(C)} = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

التمرين (8) : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 11 على الموقع)

- تتكون دائرة كهربائية (الشكل-3) مما يلي :
- مولد مستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6.0 \text{ V}$.
 - قاطعة K .
 - وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها $r = 10 \Omega$.
 - ناقل أومي مقاومته $R = 200 \Omega$.
- في اللحظة $t = 0 \text{ s}$ نغلق القاطعة K ، فبواسطة الـ ExAO يمكن معاينة التوتر الكهربائي u_{BC} و u_{AB} (الشكل-4) و (الشكل-5).



- 1- ما هو الجهاز الذي يمكن وضعه بدلا من ExAO لتسجيل المنحنيات البيانية السابقة ؟
- 2- اكتب عبارة u_{AB} بدلالة $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$.
- 3- اكتب عبارة u_{BC} بدلالة $i(t)$.
- 4- انسب كل منحنى بياني بالتوتر الكهربائي الموافق له u_{AB} و u_{BC} . برر .
- 5- اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ مع إعطاء حل لها .
- 6- جد عبارة شدة التيار الأعظمي I_0 الذي يجتاز الدارة عند الوصول إلى النظام الدائم ، ثم احسب قيمته .
- 7- جد قيمة ثابت الزمن τ بطريقتين مختلفتين مع الشرح .
- 8- احسب L ذاتية الوشيعة .

أجوبة مختصرة :

- (1) الجهاز الذي يمكن وضعه بدلا من ExAO لتسجيل المنحنيات السابقة هو راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة .

$$u_{BC} = R i \quad (3) , \quad u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i \quad (2)$$

- (4) المنحنى (1) ← يوافق $u_{BC}(t)$ ، المنحنى (2) ← يوافق $u_{AB}(t)$.

$$i = I_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5) \quad \text{و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها} \quad \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = 2.86 \cdot 10^{-2} \text{ A} = 28.6 \text{ mA} \quad (6)$$

(7) الطريقة (1) : من المنحنى (1) الموافق لـ u_{BC} :

$$t = \tau \rightarrow u_{BC} = 0.63 u_{BCmax} = 0.63 \cdot 5.8 = 3.65 \text{ V}$$

بالاسقاط في البيان نجد : $\tau = 2.5 \text{ ms}$.

الطريقة (2) : برسم مماس المنحنى $u_{BC}(t)$ عند اللحظة $t = 0$ ثم نسط نقطة تقاطعه مع المستقيم المقارب للمنحنى (النظام الدائم) على محور الأزمنة نجد $\tau = 2.5 \text{ ms}$.

$$L = \tau (R + r) = 0.5 \text{ H} \quad (8)$$

التمرين (9) : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 12 على الموقع)

تتكون دائرة كهربائية على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، وشيعة $(L, r = 5\Omega)$ ، ناقل أومي مقاومته : $R = 10\Omega$ و قاطعة K .

نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ ، و بواسطة راسم اهتزاز

مهبطي ذي ذاكرة ، نشاهد التمثيل البياني $u_R = f(t)$ (الشكل) .

1- ارسم الشكل التخطيطي للدائرة الكهربائية ، موضحا عليها

كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي .

2- باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية

$u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي تكون على الشكل :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L} u_R = \frac{R}{L} E$$

3- العبارة $u_R = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ، تمثل حلا للمعادلة التفاضلية

السابقة . جد عبارة كل من A و τ .

4- بالتحليل البعدي بين أن τ متجانس مع الزمن ، ثم حدد

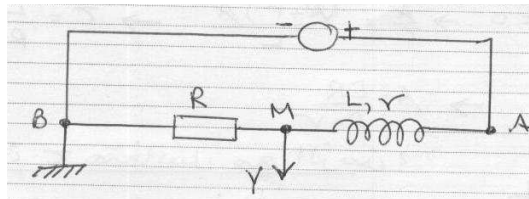
قيمه بيانيا .

5- استنتج قيمة كل من L ذاتية الوشيعة و E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

أجوبة مختصرة :

$$A = \frac{ER}{R+r} \quad (3)$$

$$L = 1.8 \quad (5)$$



$$\tau = 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ H} \quad (4, \tau = \frac{L}{R+r}, E = 4.8 \text{ V}, 10^{-2} \text{ H})$$

التمرين (10) : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 14 على الموقع)

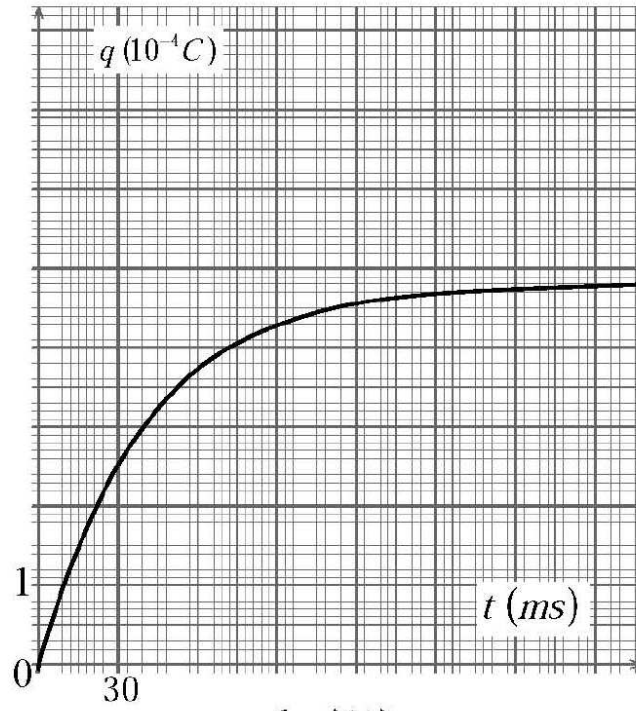
تتكون دائرة كهربائية على التسلسل من : مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته : $R = 1k\Omega$ و مكثفة سعتها C و قاطعة K .

1- ارسم الدائرة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار و التوترين الكهربائيين .

2- جد المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة $q(t)$ خلال شحن المكثفة .

3- حل المعادلة التفاضلية السابقة ، يعطى بالشكل : $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$. جد عبارة كل من A, B, C .

4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة $q(t)$ بدلالة الزمن t (الشكل-1) .



الشكل-1

- أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن ، ثم أحسب C سعة المكثفة .
 ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .
 ج- أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 200 \text{ ms}$.

أجوبة مختصرة :

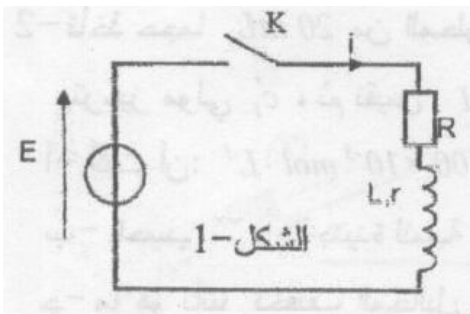
(1) الدارة :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R} \quad (2)$$

$$A = -EC, B = EC, \alpha = -\frac{1}{RC} \quad (3)$$

$$C = \frac{\tau}{R} = 3.9 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 39 \mu\text{F}, \tau = 39 \text{ ms} \quad (4)$$

$$E_{(C)0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad \text{طريقة أخرى} , E_{(C)0} = \frac{1}{2} CE^2 = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ J} , E = \frac{Q_0}{C} = 12 \text{ V}$$

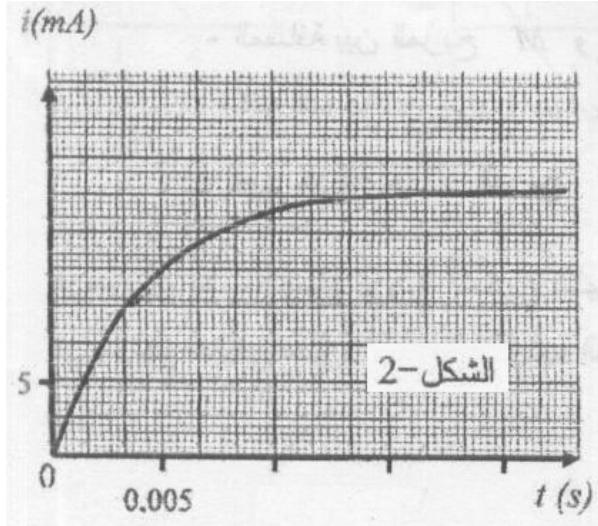
التمرين (11) : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 15 على الموقع)

- نحقق الدارة الكهربائية (الشكل-1) المكونة من :
 - مولد توتر كهربائي ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 2 \text{ V}$.
 - ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.
 - وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r .
 - قاطعة K .
 1- نغلق القاطعة K :
 أ- اكتب العلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$

- و التوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة $u_R(t)$ و E .
 ب- جد عبارة $u_b(t)$ بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ ، ثم بدلالة $u_R(t)$.
 ج- استنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_R(t)$ للدارة .
 2- يعطى حل المعادلة التفاضلية التي يحققها بالشكل التالي :

$$u_R(t) = A + Be^{-mt}$$

- 3- يسمح تجهيز الـ ExAO بمتابعة التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة فنحصل على المنحنى البياني (الشكل-2)



- لتكن I_0 شدة التيار الكهربائي الأعظمي في النظام الدائم .
 أ- جد العبارة الحرفية للشدة I_0 .
 ب- جد بياناً قيمة الشدة I_0 ، ثم استنتج مقاومة الوشيعة r .
 ج- اكتب عبارة ثابت الزمن τ للدارة و بين بالتحليل البعدي أن τ متجانس مع الزمن .
 د- جد بياناً قيمة τ ، ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

أجوبة مختصرة :

$$u_b = L \frac{di}{dt} + r i \quad (ب ، E = u_R + u_b) \quad (1-أ)$$

$$u_b = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{r}{R} u_R$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L} u_R = \frac{ER}{L} \quad (ج)$$

$$B = -\frac{ER}{R+r} , A = \frac{ER}{R+r} , m = \frac{(R+r)}{L} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \quad (ج ، r = \frac{E}{I_0} - R = 11 \Omega , I_0 = 1.8 \cdot 10^{-2} A) \quad (ب ، I_0 = \frac{E}{R+r}) \quad (3-أ)$$

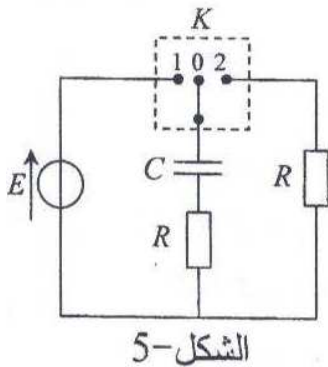
$$L = \tau (R+r) = 0.48 H , \tau = 4.3 ms \quad (د)$$

التمرين (12) : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 16 على الموقع)

- نحقق الدارة (الشكل-5) ، و التي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E = 6.0 V$ ، مكثفة سعتها $C = 250 \mu F$ و ناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R = 200 \Omega$ ، و بادلة K .

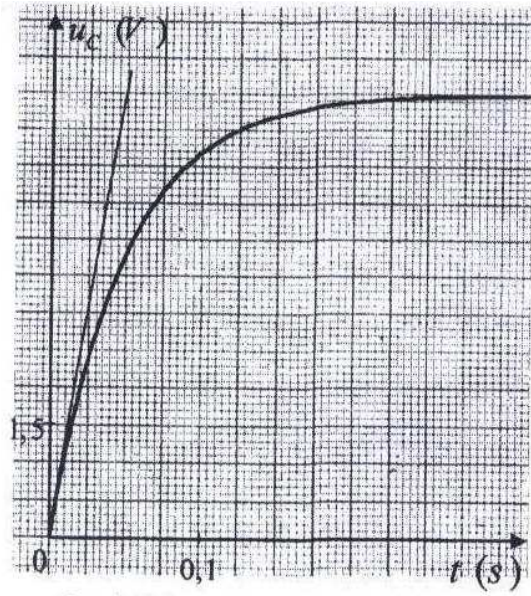
أولاً :

- 1- أعد رسم الدارة (الشكل-5) مبيناً عليها جهة انتقال حاملات الشحنة و ما طبيعتها ؟
 حدد شحنة كل لبوس و جهة التيار .
 ب- ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ و العلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$. ثم استنتج العلاقة بين $u_C(t)$ و $i(t)$.



- 2- أ- أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ و بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$$



الشكل-6

ب- أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A .

ج- أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 . عرفه .

3- أ- اقرأ على المنحنى البياني (الشكل-6) قيمة ثابت الزمن τ_1 ، و قارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .

ب- حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة . قارنها مع τ_1 .

ثانيا :

نضع البادلة على الوضع 2 .

أ- ما هي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ أكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ الموافقة .

ب- أحسب τ_2 ، قارنها بـ τ_1 . ماذا تستنتج ؟

ج- مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

أجوبة مختصرة :

أولا :

1- أ) رسم الدارة و تحديد شحنة كل لبوس :

- طبيعة حاملات الشحن تتمثل في الإلكترونات .

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} , u_C(t) = \frac{q(t)}{C} , i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{ب)}$$

$$u_R(t) = RC \frac{du_C(t)}{dt} \quad \text{2- أ)}$$

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A \quad \text{ب)}$$

حيث : $A = E$ ، $\tau_1 = RC$.

- قيمتي τ_1 و A : $A = E = 6 \text{ V}$ ، $\tau_1 = RC = 0.05 \text{ s}$.

ج) وحدة τ :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A \rightarrow \tau_1 = \frac{A - u_C(t)}{\frac{du_C(t)}{dt}} \rightarrow [\tau] = \frac{[U]}{\frac{[U]}{[T]}} = [T] = s$$

تعريف τ : هو ثابت الزمن و يوافق المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 67% من قيمته الأعظمية كما يمثل 20% من زمن اتمام الشحن

3- أ) $\tau_1 = 0.05 \text{ s}$ ، ب) $\Delta t = 0.25 \text{ s}$ ، $\Delta t = 5\tau_1$

ثانيا :

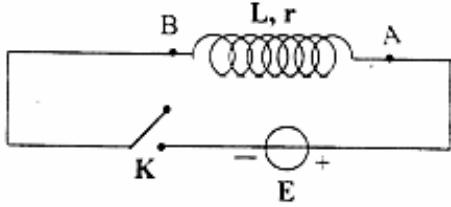
أ- عند وضع البادلة في الوضع (2) فإن الظاهرة الفيزيائية الحادثة هي ظاهرة تفريغ المكثفة في ناقل أومي .

$$\tau_2 = 2\tau_1 \quad : \text{المقارنة بين } \tau_1 \text{ و } \tau_2 \text{ ، } \tau_2 = 2RC = 0.1 \text{ s (ب) ، } 2RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

الاستنتاج : نستنتج أن مدة تفريغ المكثفة هي ضعف مدة شحنها عندما تصبح قيمة مقاومة دارة التفريغ ضعف قيمة مقاومة دارة الشحن .

التمرين (13) : (بكالوريا 2008 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 17 على الموقع)

بغرض معرفة سلوك و مميزات وشيعة مقاومتها (r) و ذاتيتها (L) نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4.5V$ و قاطعة K (الشكل-1) .



1- انقل مخطط الدارة على ورقة إجابتك و بين عليه جهة مرور التيار الكهربائي و جهة السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة و بين طرفي المولد .

2- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة (K) .

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حل من الشكل $i(t) = I_0 (1 - e^{-\frac{r}{L}t})$ حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة .

3- تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعلاقة $i(t) = 0.45 (1 - e^{-10t})$ حيث t بالثانية و i بالأمبير . أحسب المقادير التالية :

أ/ الشدة العظمى (I_0) للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب/ المقاومة (r) للوشيعة .

ج/ الذاتية (L) للوشيعة .

د/ ثابت الزمن (τ) المميز للدارة .

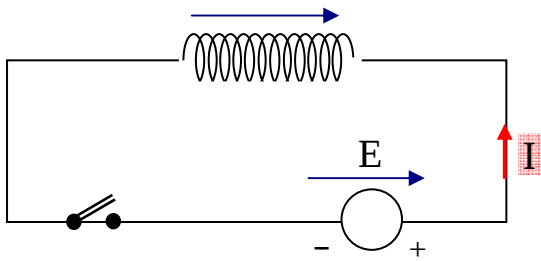
4-أ/ ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم ؟

ب/ اكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .

ج/ أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة ($t = 0.3s$) .

أجوبة مختصرة :

1) جهة مرور التيار و جهة سهم التوتر بين طرفي الوشيعة و بين طرفي المولد :

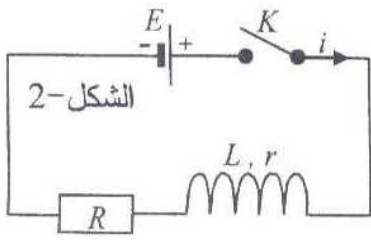


$$r = \frac{E}{I_0} = 10 \Omega \text{ (ب) ، } I_0 = 0.45 \text{ A (أ-3) ، } L \frac{di}{dt} + ri = E \text{ (أ-2)}$$

$$\tau = \frac{L}{r} = 0.1 \text{ s (د) ، } L = 1 \text{ H (ج)}$$

$$4- \text{أ) } E_{(L)} = \frac{1}{2} LI_0^2 = 0.10 \text{ J (ب) ، } u_b = E \text{ ، أي أن التوتر بين طرفي الوشيعة يكون ثابت و مساوي لـ } E \text{ (نذكر في حالة دارة لا تحتوي على ناقل أومي) .}$$

(ج) بما أن التوتر بين طرفي الوشيعة ثابت و يساوي E يكون عند اللحظة $t = 0.3 \text{ s}$: $u_b = E = 4.5 \text{ V}$.

التمرين (14) : (بكالوريا 2011 - علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 18 على الموقع)

تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-2) :

- مولد ذي توتر ثابت E .

- وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r .

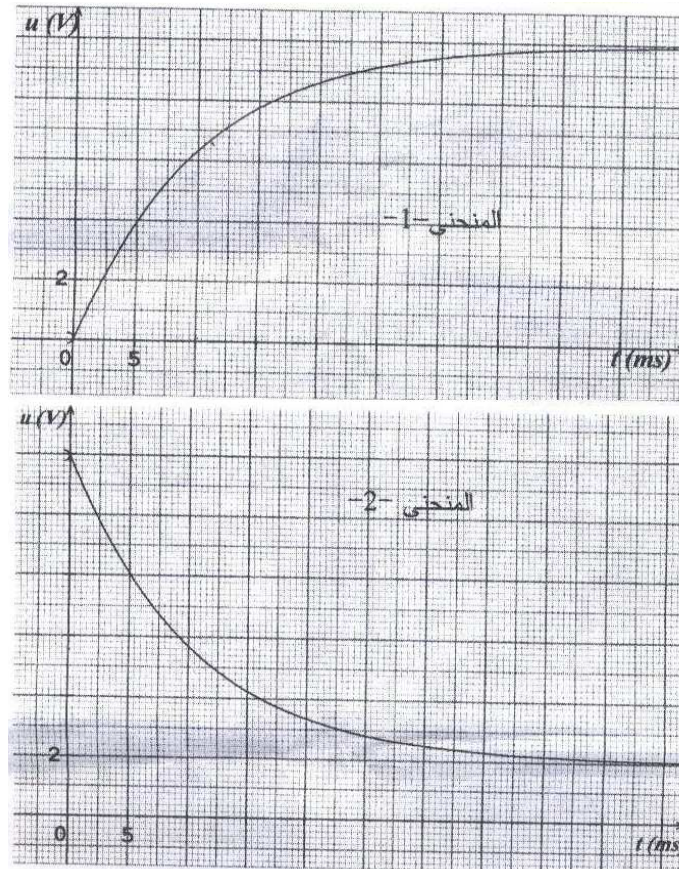
- ناقل أومي مقاومتها $R = 100 \Omega$.

- قاطعة K .

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ و الناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

1- أ- بين كيف يمكن ربط راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟

ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$ فنشاهد على الشاشة البيانيين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ (الشكل) .



- انسب كل منحنى للتوتر الموافق له . مع التعليل .

2- أ- أثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل :

$$\frac{di(t)}{dt} + A i(t) = B$$

ب- أعط عبارة كل من A و B بدلالة E و L و r و R .

ج- تحقق من أن العبارة $i(t) = \frac{B}{A} (1 - e^{-At})$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

د- احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

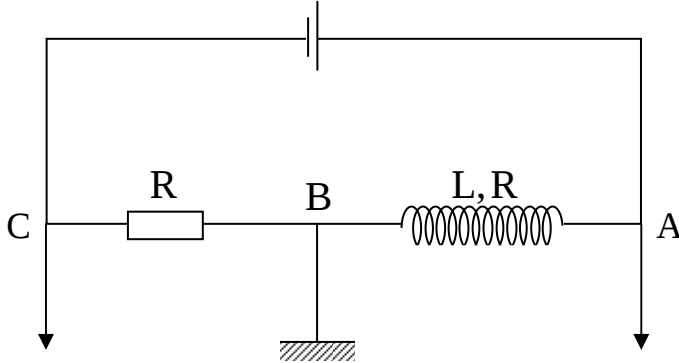
هـ- احسب قيم كل من E و r و τ و L .

و- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيجة .

أجوبة مختصرة :

1- أ) كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي :

كون أن $u_C > u_B$ يظهر البيان في المدخل Y_1 معكوس لذا نضغط على الزر INV حتى نحصل على البيان المعطى في الشكل .



ب) المنحنى (1) $u_R(t)$ ، المنحنى (2) $u_b(t)$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L} \quad (1-2)$$

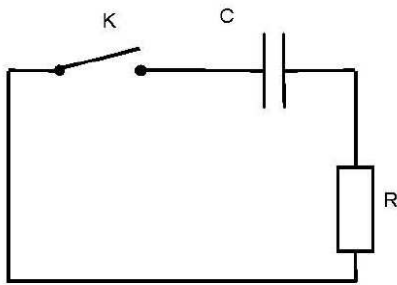
$$I_0 = \frac{u_{R0}}{R} = 0.1 \text{ A} \quad (د ، B = \frac{E}{L} ، A = \frac{R+r}{L} \text{ ب})$$

$$\tau = 10 \text{ ms} ، r = \frac{u_{b0}}{r} = 20 \Omega ، E = 12 \text{ V (هـ)}$$

$$L = \tau (R + r) = 1.2 \text{ H}$$

$$E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 6.10^{-3} \text{ J (و)}$$

التمرين (15) : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 19 على الموقع)



الشكل-2

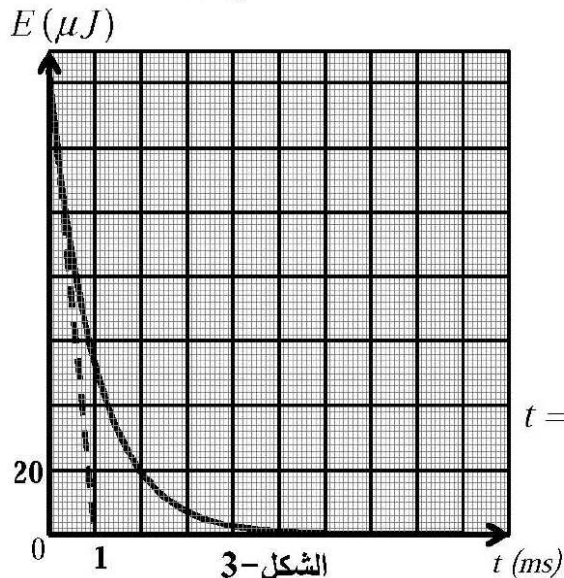
مكثفة سعتها C شحنت كلياً تحت توتر كهربائي ثابت : $E = 12 \text{ V}$. لمعرفة سعتها C نحقق الدارة الكهربائية (الشكل-2) ، حيث $R = 1 \text{ k}\Omega$.

1- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0 \text{ ms}$.
أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = A e^{\alpha t}$ ، حيث : A و α ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما .

2- أكتب العبارة اللحظة $E_C(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة .

3- (الشكل-3) يمثل تطور $E_C(t)$ ، الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .



الشكل-3

أ- استنتج قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة .

ب- من (الشكل-3) ، بين أن مماس للمنحنى في اللحظة : $t = 0 \text{ ms}$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة : $t = \frac{\tau}{2}$.

ج- أحسب τ ثابت الزمن ، ثم استنتج سعة المكثفة C .

4- أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو : $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$.

أجوبة مختصرة :

$$1- \text{ أ) } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0 \text{ (ب) } A = E \text{ ، } \alpha = -\frac{1}{RC} \text{ (2) } E = \frac{1}{2} C E^2 e^{-2t/\tau} = E_{(C)0} e^{-2t/\tau} \text{ ،}$$

$$3- \text{ أ) } E_{(C)0} = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ J (ج) } \tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s ، } C = \frac{\tau}{R} = 2 \cdot 10^{-6} = 2 \mu\text{F}$$

التمرين (16) : (بكالوريا 2010 – علوم تجريبية) (الحل المفصل : تمرين مقترح 20 على الموقع)

نحقق دائرة كهربائية تتكون من :

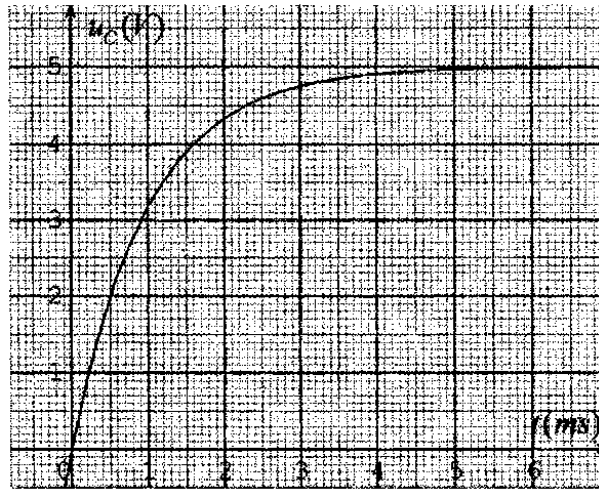
• مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5\text{V}$.

• ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.

• مكثفة سعتها C .

• قاطعة k .

نوصل طرفي المكثفة A ، B إلى واجهة دخول لجهاز إعلام آلي و عولجت المعطيات ببرمجية "MicrosfteExcel" و حصلنا على المنحنى البياني $u_C = u_{AB} = f(t)$ (الشكل-2) .



الشكل-2

1/ اقترح مخططا للدائرة موضحا اتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من التوترين u_C و u_R .

2/ عين قيمة ثابت الزمن τ و ما مدلوله الفيزيائي ؟ استنتج قيمة سعة المكثفة C .

3/ أحسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .

4/ لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة سعتها $2C$ ، C' ، أرسم كيفيا ، في نفس المعلم السابق شكل المنحنى $u_{C'} = g(t)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز . مع التعليل .

أجوبة مختصرة :

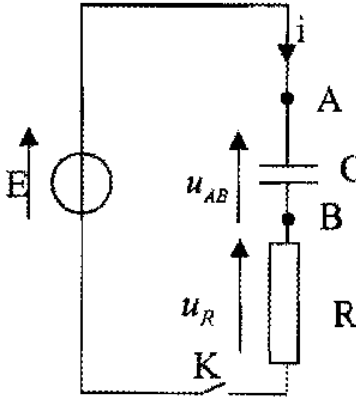
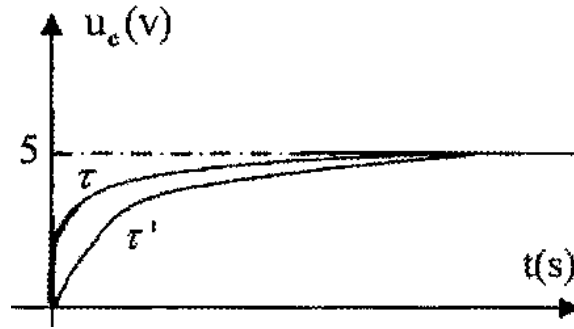
1- مخطط الدارة : (الشكل المقابل)

$$(2) \tau = 10^{-3} \text{ s} = 1 \text{ ms}$$

المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف بنسبة 63% من شحنتها

$$C = \frac{\tau}{R} = 10^{-5} \text{ F} = 10 \mu\text{F}$$

$$(3) Q_0 = EC = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

(4) البيان $u_C = f(t)$ عند استبدال المكثف السابقة بمكثف سعته $C' = 2C$:

التمرين (17) : (بكالوريا 2010 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 21 على الموقع)

بغرض شحن مكثف فارغة ، سعتها C ، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5 \text{ V}$ ومقاومته الداخلية مهملة .- ناقل أومي مقاومته $R = 120 \Omega$.

- بادلة k (الشكل-2) .

1- لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثف بدلالة الزمن ، نوصل مقياس فولطمتر رقمي بين طرفي المكثف وفي اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة في الوضع (1) .

و بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط متر الرقمي لمدة معينة و بمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية :

t (ms)	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
u_C (V)	0	1.0	2.0	3.3	3.8	4.1	4.5	4.8	4.9	5.0	5.0	5.0

أ/ أرسم البيان $u_C = f(t)$.ب/ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC و استنتج قيمة السعة C للمكثف .2- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن τ في الحالتين ؟- الحالة (أ) : من أجل مكثف سعتها C' حيث $C' > C$ و $R = 120 \Omega$.

- الحالة (ب): من أجل مكثفة سعتها $C'' = C$ و $R' < 120 \Omega$.
أرسم كيفيا ، في نفس المعلم المنحنيين (1) ، (2) المعبرين عن u_C في الحالتين (أ) و (ب) السابقتين .

3-أ/ بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعلاقة : $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC} q(t) = \frac{E}{R}$

ب/ يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعلاقة $q(t) = Ae^{\alpha t} + \beta$ حيث A و α و β ثوابت يطلب تعيينها ، علما أنه في اللحظة $t = 0$ تكون $q(t) = 0$.

4- المكثفة مشحونة نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة .
أ/ أحسب في اللحظة $t = 0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة .

ب/ ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$ ؟

أجوبة مختصرة :

1- ب) $\tau \approx 15.6 \text{ ms}$ ،

$$C = \frac{\tau}{R} = 15.6 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 156 \mu\text{F}$$

2 الحالة (أ) : $C' > C \rightarrow \tau' > \tau$ ، الحالة

(ب) : $R' < R \rightarrow \tau'' < \tau$

البيانين الموافقين لـ τ ، τ' ، τ'' :

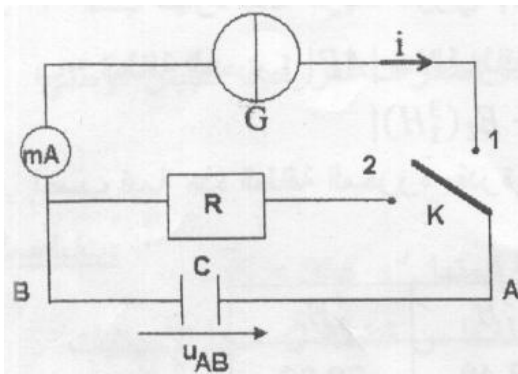
$$3- \text{أ} \quad \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R}$$

$$\text{ب} \quad A = -EC \quad , \quad \beta = EC \quad , \quad \alpha = -\frac{1}{RC}$$

$$4- \text{أ} \quad E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 = 1.25 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$\text{ب} \quad t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

التمرين (18) : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (الحل المفصل : تمرين مقترح 22 على الموقع)



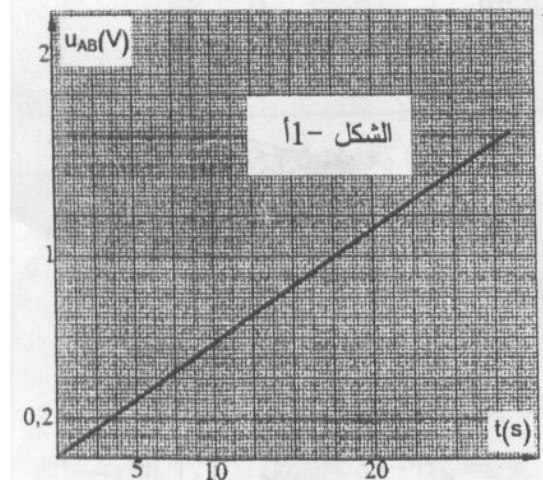
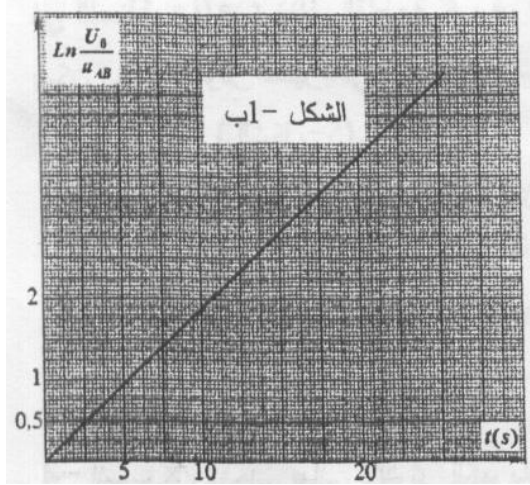
اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :

الطريقة الأولى : تفريغ المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة .

الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل أومي .

لهذا الغرض تم تحقيق التركيب المقابل .

أولا : المكثفة في البداية فارغة . نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة k في الوضع (1) ، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $i = 0.31 \text{ mA}$. بواسطة جهاز $ExAO$ تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t (الشكل-1 أ)



أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t .
 ب- جد قيمة C سعة المكثفة .

ثانيا : عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساوي إلى القيمة $U_0 = 1.6 \text{ V}$ ، نضع البادلة k في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$ ، فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1\text{K}\Omega$.

أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} . علما أن حلها : $u_{AB} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.
 ب- أثناء تفريغ المكثفة ، سمح جهاز ExAO من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t . بواسطة برمجية تمكنا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل 1-ب) .
 جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة ، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C .

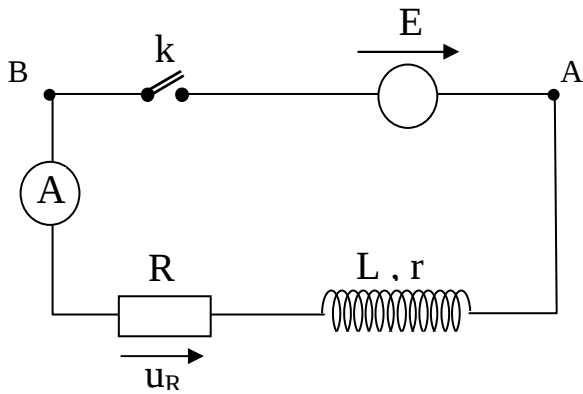
أجوبة مختصرة :

أولا : أ $u_{AB} = \frac{i}{C} t$ (ب ، $C = \frac{i}{a} = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ F}$ ، حيث a هو ميل المنحنى $u_{AB}(t)$.

ثانيا : أ $\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{AB} = 0$

(ب) $\tau = \frac{1}{a'} \approx 5.4 \text{ s}$ ، a' هو ميل المنحنى $\ln \frac{U_0}{u_{AB}}(t)$ ، $C = \frac{\tau}{R} = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ F}$.

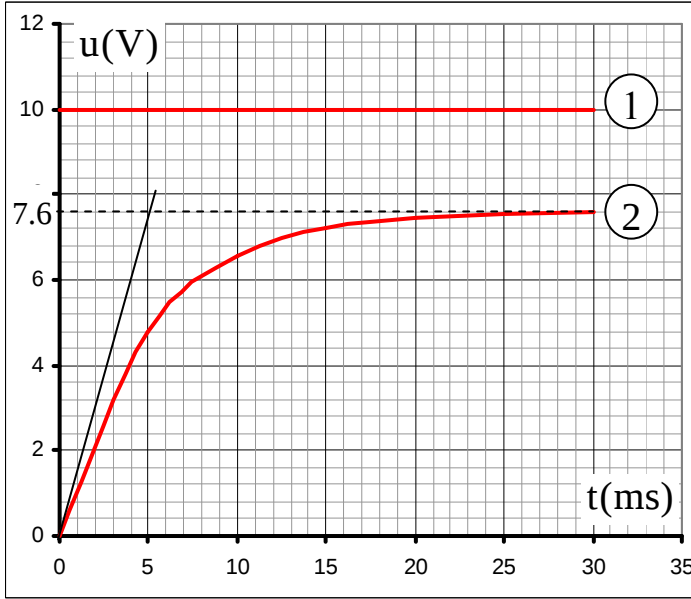
التمرين (19) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 26 على الموقع)



نحقق الدارة المبينة في (الشكل 1-أ) و التي تتكون من :

- وشيعة (b) معامل تحريضها (ذاتيها) L و مقاومتها الداخلية r .
- ناقل أومي مقاومته R ..
- قاطعة k .
- مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E .
- مقياس أمبير مقاومته مهملة .

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ و نشاهد بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة كل من التوتر بين طرفي المولد $u_{AB}(t)$ و التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$ فنحصل على المنحنيين (1) ، (2) (الشكل-2) . يشير مقياس الأمبير في النظام الدائم إلى القيمة $I_0 = 0.1 A$.



1- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_R تكتب على الشكل :

$$L \frac{du_R}{dt} + (R + r) u_R - E R = 0$$

2- إذا علمت أن حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل : $u_R = U_0 (1 - e^{-\alpha t})$. أوجد عبارة كل من الثابتين U_0 و α بدلالة مميزات الدارة .

3- أوجد عبارة r مقاومة الوشيعية بدلالة E ، I_0 ، U_0 و أحسب قيمتها .

4- عبر عن $(\frac{du_R}{dt})_0$ عند اللحظة $t = 0$ بدلالة E و U_0 و I_0 و L ثم استنتج قيمة الذاتية L .

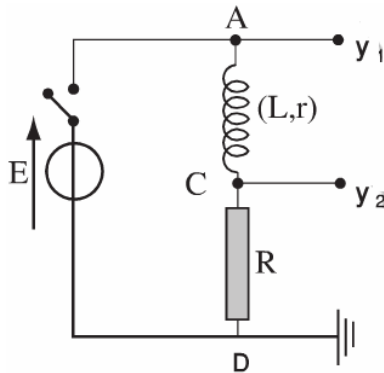
أجوبة مختصرة :

$$r = 24 \Omega , \quad r = \frac{E - U_0}{I_0} \quad (3) , \quad \alpha = \frac{R + r}{L} , \quad U_0 = \frac{E \cdot R}{R + r} \quad (2)$$

$$L = 0.5 H , \quad (\frac{du_R}{dt})_{t=0} = \frac{U_0 E}{L \cdot I_0} \quad (4)$$

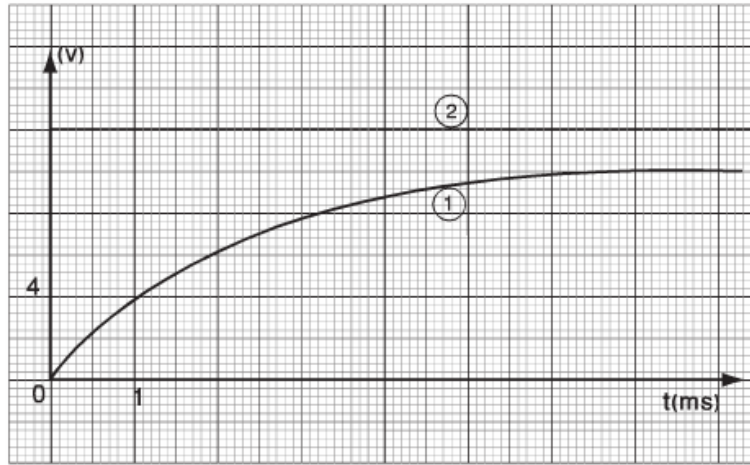
التمرين (20) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 27 على الموقع)

:



دارة كهربائية تحتوي على العناصر التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-1)

- مولد ذو توتر ثابت E .
 - ناقل أومي مقاومته $R = 40 \Omega$.
 - وشيعة B ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r .
 - قاطعة K .
- توصل النقطتان A و C بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة في حين توصل النقطة D بالأرضي . عند غلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ يظهر على شاشة راسم الاهتزاز البيانان (الشكل-2) .



1- أربط بين كل بيان و المدخل الموافق . استنتج بيانيا عندئذ قيمة E التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

2- عين قيمتي كل من :

أ- شدة التيار في النظام الدائم .

ب- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$.

3- بتطبيق قانون جمع التوترات ، استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

4- اثبت أن $i(t) = \alpha (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل لهذه المعادلة التفاضلية ، حيث α مقدار ثابت موجب و τ ثابت الزمن ، عين عبارتي كل من α و τ .

5- بالاعتماد على البيان أوجد قيمتي كل من : المقاومة الداخلية r ، ثابت الزمن τ ، ذاتية الوشاعة L .

6- بالتحليل البعدي بين أن τ متجانس مع الزمن .

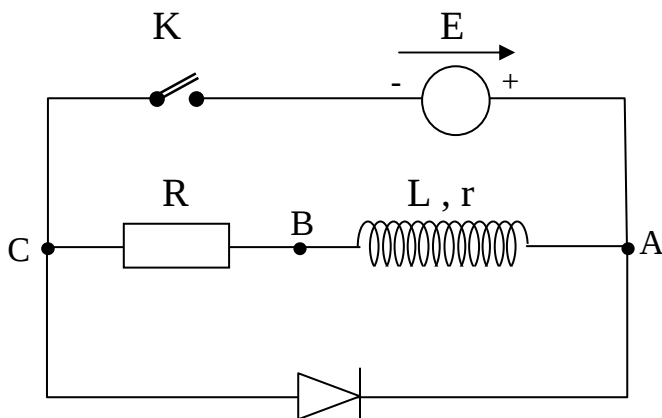
أجوبة مختصرة :

(1) المدخل $y_1 \leftarrow$ البيان (2) ، المدخل $Y_2 \leftarrow$ البيان (1) ، $E = 12 \text{ V}$.

(2- أ) $I_0 = \frac{U_{R\max}}{R} = 0.25 \text{ A}$ ، $I_0 = \frac{U_{R\max}}{R}$ ، $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = 10^2 \text{ s}$ (ب) ، $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$ ،

(4) $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، $\alpha = \frac{E}{R+r}$ (5) ، $r = \frac{E}{I_0} - R = 8 \Omega$ ، $\tau = 2 \text{ ms}$ ، $[\tau] = \text{s}$ (6) ،

التمرين (21) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 29 على الموقع)

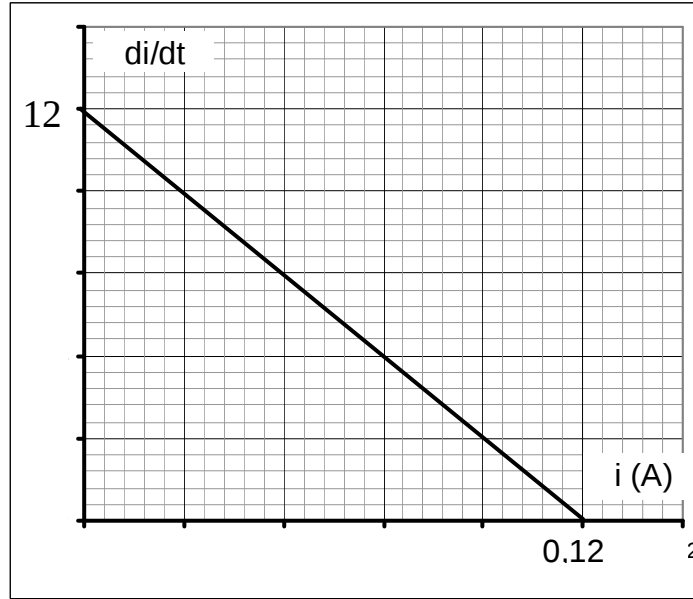


بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته $R = 90 \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r (غير مهمة) ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل المقابل ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

1- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$ ، τ ، I_0 ، $\frac{di(t)}{dt}$ فقط .

2- أثبت أن $i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$ هو حل لهذه المعادلة التفاضلية .

3- الدراسة التجريبية لتغيرات $\frac{di(t)}{dt}$ بدلالة شدة التيار اللحظية $i(t)$ أعطت البيان التالي :



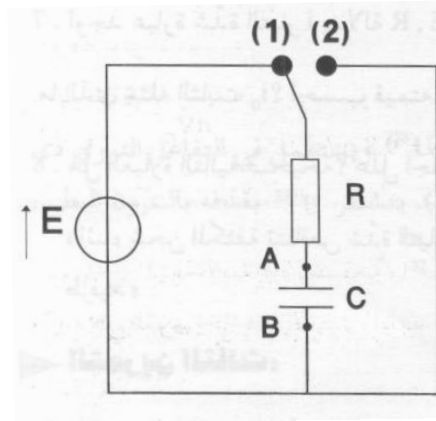
- اعتمادا على هذا البيان و المعادلة التفاضلية أوجد قيمتي I_0 و τ .
4- إذا علمت أن طاقة الوشيعية عند النظام الدائم مساوية لـ $E_{(L)0} = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ أوجد قيم E ، r ، L .

أجوبة مختصرة :

$$r = \frac{L}{\tau} - R = 10 \Omega \quad , \quad L = \frac{2 E_{(L)0}}{I_0^2} = 1 \text{ H} \quad , \quad I_0 = 0.12 \text{ A} \quad , \quad \tau = 0.01 \text{ s} \quad (3 \quad , \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{I_0}{\tau} \quad (1)$$

التمرين (22) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 30 على الموقع)

نريد دراسة تغيرات التوتر u_{AB} بين طرفي مكثفة سعتها C مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$ (الشكل) .



عند اللحظة $t = 0$ نغير مكان البادلة من (2) إلى (1) و نشرع في القياس فنحصل على النتائج التالية :

t (ms)	0	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70
u _C (V)	0.0	1.5	2.5	3.2	3.7	4.1	4.4	4.6
	0.8	1.0	1.2	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
		4.7	4.8	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0

1- أرسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$.

2- ما هو الغرض من وضع البادلة في الوضع (2) قبل أخذ القياسات ؟

3- بين أن المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$ هي من الشكل ، يطلب تحديد عبارة τ :

$$\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

4- بالتحليل البعدي حدد الوحدة الدولية لـ $\frac{du_C}{dt}$ ؟ استنتج وحدة ثابت الزمن τ ، لماذا يقال عنه ثابت .

5- إن حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل : $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ، أحسب النسبة $\frac{u_C(\tau)}{E}$ ، و استنتج تعريفاً لثابت الزمن τ .

6- نعرف زمن نصف الشحن $t_{1/2}$ على أنه الزمن الذي يكون عنده : $\frac{u_C(t_{1/2})}{E} = \frac{1}{2}$ ، عين العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية مع التعليل :

$$t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 , \quad t_{1/2} = \frac{\tau}{\ln 2} , \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\tau}$$

7- أوجد قيمة E و $t_{1/2}$ ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C و شدة التيار الأعظمية I_0 .

8- هل العبارة التالية صحيحة ؟ علل إجابتك . " أثناء شحن المكثفة يتناقص التوتر بين طرفي ثنائي القطب RC " .

أجوبة مختصرة :

(2) الغرض من وضع البادلة في الوضع (2) قبل أخذ القياسات هو التأكد من أن المكثفة ستكون فارغة تماماً .

$$(3) \quad \tau = RC , \quad \tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

(4) وحدة $\frac{du_{AB}}{dt}$ هي : V/s ، وحدة τ هي الثانية (البرهان ينطلق من المعادلة التفاضلية) .

$$(5) \quad \frac{u_C}{E} = 0.63 , \quad \text{ثابت الزمن } \tau \text{ هو الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة } 63\% .$$

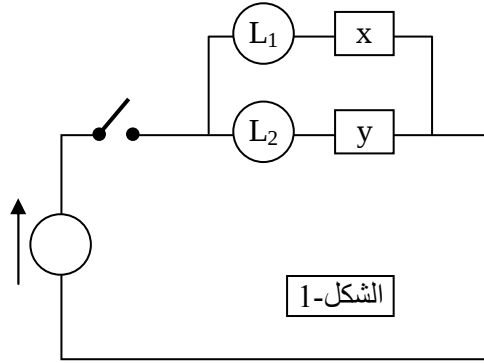
$$(6) \quad \text{العبارة الصحيحة : } t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 .$$

$$(7) \quad E = 5 \text{ V} , \quad t_{1/2} = 0.2 \text{ ms} , \quad C = \frac{t_{1/2}}{R \cdot \ln 2} = 2.9 \cdot 10^{-6} \text{ F} , \quad I_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A} .$$

(8) العبارة خاطئة ، و الصواب هو أن التوتر بين ثنائي القطب RC ثابت في كل لحظة حسب قانون جمع التوترات .

التمرين (23) : (الحل المفصل : تمرين مقترح 32 على الموقع)

قدم أستاذ في حصة الأعمال المخبرية لفوج من التلاميذ علبتين مغلقتين و متماثلتين x و y تحتوي إحداها على مكثفة و الثانية على وشيعة مقاومتها مهمة و هذا من أجل معرفة طبيعة ثنائي القطب الذي تحتويه كل علبة .



1- قام أعضاء الفوج بتركيب الدارة الكهربائية (الشكل-1) ، عند غلق القاطعة لاحظوا :

- اشتعال المصباح L_1 .
 - اشتعال المصباح L_2 لوقت قصير ثم انطفأ .
- أ- اعتمادا على الملاحظات السابقة ، ما هو ثنائي القطب الذي تحتويه كل علبة مع التعليل .

ب- قام أحد التلاميذ باستبدال كل مصباح بميلي أمبير بمؤشر . صف بدقة كيف ينحرف كل مؤشر بعد غلق القاطعة مباشرة .

2- قام تلميذ ثالث بتركيب فولطمتر بمؤشر على التفرع مع كل علبة . صف بدقة كيف ينحرف كل مؤشر بعد غلق القاطعة .

3- قام تلميذ رابع بتركيب ناقل أومي مقاومته R على التسلسل مع المكثفة السابقة بعد نزع مقياسي الفولط ، باستعمال تجهيز مناسب تحصل على المنحنى المقابل الممثل لتغيرات q شحنة هذه المكثفة بدلالة التوتر u_C بين طرفي المكثفة .

- المعادلة التفاضلية المميزة لهذه الدارة تكون كما يلي :

$$0.6 \frac{du_C}{dt} + u_C = 10$$

- اعتمادا على هذه المعادلة التفاضلية و البيان المرفق أوجد :

أ- القوة المحركة الكهربائية E للمولد و ثابت الزمن τ مقدرا بالثانية .

ب- سعة المكثفة C .

ج- مقاومة الناقل الأومي R .

أجوبة مختصرة :

1-أ) x عبارة عن وشيعة و y عبارة عن مكثفة ، ، ب) الملي أمبير الموصل على التسلسل مع المكثفة : ينحرف مؤشره لحظيا إلى أقصى قيمة ثم يبدأ بالعودة تدريجيا إلى الصفر ، الملي أمبير الموصل على التسلسل مع الوشيعة : ينحرف مؤشره تدريجيا إلى أقصى قيمة ليثبت عندها .

2) الفولط متر الموصل على التفرع مع المكثفة : ينحرف مؤشره تدريجيا نحو قيمة يثبت عندها ، الفولط متر الموصل على التفرع مع الوشيعة : ينحرف مؤشره لحظيا إلى أقصى قيمة ثم يعود تدريجيا إلى الصفر .

3-أ) $E = 10 \text{ V}$ ، $\tau = 0.6 \text{ s}$ ، ب) $C = 6 \cdot 10^{-4} \text{ F}$ ، ج) $R = 10^3 \Omega$.